

9.2 Sudoku logica: redeneren met rijen, kolommen en blokken

We bekijken het voorbeeld van de vorige bladzijde. Uitgaand van de regel dat er in elke rij, kolom en 3 x 3 blok de nummers 1, 2, ..., 9 moeten staan kan de Sudoku puzzel opgelost worden.

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
		5	6	4	8	1	?	
2								3
		3	9		5	2		
	7						9	

Voorbeeld 1

In rij vier en vijf staan al 2-en. Deze 2-en staan in het eerste en middelste blok.

De 2 in rij zes moet dus in het laatste blok staan.

Mogelijkheden voor deze 2 zijn de achtste en negende kolom.

In kolom negen staat echter al een 2.

De 2 in rij zes moet dus in de achtste kolom staan.

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
		5	6	4	8	1	2	
2								3
		3	9		5	2		
	7						9	

We gaan verder met het voorbeeld van de vorige bladzijde:

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
		5	6	4	8	1	2	?
2								3
		3	9		5	2		
	7						9	

Voorbeeld 2

In rij zes moet ergens een 9 staan.

Mogelijke kolommen zijn de eerste, tweede en negende kolom.

In het eerste blok staat echter al een 9.

Dat betekent dat in de eerste en tweede kolom van rij zes geen 9 kan staan.

De 9 in rij zes moet dus in de negende kolom staan.

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
		5	6	4	8	1	2	9
2								3
		3	9		5	2		
	7						9	

We gaan verder met het voorbeeld van de vorige bladzijde:

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
7		5	6	4	8	1	2	9
2	9							3
		3	9		5	2		
	7				3		9	

OPDRACHT

Opdracht 9.1

- Waarom staat in rij zes in de eerste kolom een 7 ?
- Waarom staat in rij negen in de zesde kolom een 3 ?
- Waarom staat in rij zeven in de tweede kolom een 9 ?

We gaan verder met het voorbeeld van de vorige bladzijde:

	6						4	
		7	3		6	8		
1								2
		9	7	3	2	5		
	2						3	
7		5	6	4	8	1	2	9
2	9							3
		3	9		5	2		
	7				3		9	

OPDRACHT

Opdracht 9.2

Maak de Sudoku puzzel verder af

9.3 Ingewikkeldere redeneringen

In deze paragraaf bekijken we wat ingewikkeldere Sudoku redeneringen.

3				?	7		2	
4			2	8		7	6	
		7	9	4				
5						4	8	
	8	6						7
				1	8	2		
	2	5		6	9			3
	1		7					8

Voorbeeld 3

In het middelste blok ontbreken nog de getallen 1, 3, 5 en 6.

Als we in rij één naar de vijfde kolom kijken ...

dan kan daar geen 3 staan omdat er al een 3 in de eerste rij staat.

Ook kunnen er geen 1 of 6 staan omdat die al in de vijfde kolom staan.

In de vijfde kolom van rij één moet dus een 5 staan.

3				5	7		2	
4			2	8		7	6	
		7	9	4				
5						4	8	
	8	6						7
				1	8	2		
	2	5		6	9			3
	1		7					8

Een Sudoku puzzelaar lost de volgende puzzel op:

4	4	7	8	9	6	5		
9				3	5		4	
8	5				4		9	
4	4	8	6	1			5	2
				5				
5				8	3	6		
	8		9	4				
	2	4	5	6				3
		5	3		8	4		

De groene getallen heeft de puzzelaar makkelijk kunnen vinden:

1. getal "3" in rij negen, kolom vier
2. getal "4" in rij zeven, kolom vijf
3. getal "5" in rij vijf, kolom vijf
4. getal "5" in rij vier, kolom acht
5. getal "5" in rij drie, kolom twee
6. getal "8" in rij drie, kolom één
7. getal "6" in rij één, kolom zes
8. getal "9" in rij één, kolom vijf

Nu wordt het lastiger:

Voorbeeld 4

9. getal "4" in rij acht, kolom drie

In rij één moet de "4" in de eerste of tweede kolom staan, want in het laatste blok staat al een "4".

In rij vier moet de "4" in de eerste of tweede kolom staan, want in de zesde en zevende kolom staat al een "4".

In het blok linksonder kan de "4" dus alleen maar in de derde kolom staan.

OPDRACHT

Opdracht 9.3

Waarom is nu te beredeneren dat:

- a) in rij acht, kolom zeven een "9" moet staan en
- b) in rij acht, kolom acht een "8" moet staan

We gaan verder met de puzzel van de vorige bladzijde:

		7	8	9	6	5		
9				3	5		4	?
8	5				4		9	
		8	6	1			5	2
				5				
5				8	3	6		
	8		9	4				
	2	4	5	6		9	8	3
		5	3		8	4		

Voorbeeld 5

In kolom zeven en acht staan al de getallen “4” en “9”.

In kolom negen moeten de getallen “4” en “9” in het middelste blok staan.

In kolom negen kan de “8” nu nog maar op één plek: in de tweede rij.

In kolom zeven staat de “8” in de vijfde rij.

		7	8	9	6	5		
9				3	5		4	8
8	5				4		9	
		8	6	1			5	2
				5		8		4 9
5				8	3	6		4 9
	8		9	4				
	2	4	5	6		9	8	3
		5	3		8	4		

9.4 Moeilijkheidsgraad van Sudoku puzzels

Het idee van de Sudoku is afkomstig van het wiskundige magisch vierkant: een vierkant waarin in elke rij en kolom dezelfde getallen staan. Hieronder staat een magisch vierkant met de afmeting 4 rijen en 4 kolommen.

1	3	4	2
2	1	3	4
4	2	1	3
3	4	2	1

Sommige van deze vierkanten hebben de eigenschap dat ook in elk blok de getallen 1 tot en met 4 staan:

1	3	4	2
2	4	1	3
4	2	3	1
3	1	2	4

Bij het maken van een Sudoku puzzel wordt zoveel mogelijk informatie weggelaten zodanig dat de puzzel nog gereconstrueerd ofwel opgelost kan worden.

1			2
		1	
	2	3	
	1		4

De Sudoku puzzel is een voorbeeld van informatie die volgens duidelijke regels is opgebouwd; er geldt een duidelijke opbouw (grammatica, **syntaxis**). Sudoku leert ons dat als er meer informatie wordt weggelaten, het moeilijker wordt om de informatie te reconstrueren. Naarmate er meer overbodige informatie wordt toegevoegd (de **redundantie** van de informatie toeneemt) wordt het gemakkelijker de informatie te reconstrueren.

Zoals je misschien hebt ervaren worden Sudoku-redeneringen ingewikkelder naarmate je meer gegevens met elkaar moet combineren. Als er ingewikkelde redeneringen nodig zijn om een Sudoku puzzel op te lossen heeft de puzzel een hogere moeilijkheidsgraad.

9.5 Sudoku puzzels op drie niveaus

Ter afsluiting staan in deze paragraaf 3 Sudoku puzzels.

Opdracht 9.4 Niveau 1

			2			8		
3	6				7			4
					8	9	5	
	2	1	5					7
	5						2	
7					1	6	8	
	3	7	6					
6			1				9	8
		5			2			

Opdracht 9.5 Niveau 2

6	8	5	7			3		
					8			
	4		2					
7		3	8		5			6
2			6		1			7
1			3		7	5		9
					4		7	
			1					
		6			3	1	9	8

Opdracht 9.6 Niveau 3

	3	7			1			
2		1			8	4		
	9			5				
	4		6	1		3		
	2	8	7		3	1	6	
		3		8	5		4	
				3			5	
		2	5			8		4
			8			9	7	

ANTWOORDEN**Opdracht 9.1**

- a) In rij zes moet ergens een 7 staan
Mogelijke kolommen zijn de eerste en tweede kolom
In de tweede kolom staat al een 7
De 7 in rij zes moet dus in de eerste kolom staan.
- b) In rij zeven moet ergens een 9 staan.
In het middelste en laatste blok staat al een 9.
Mogelijke kolommen zijn de tweede en derde kolom.
In de derde kolom staat al een 9.
De 9 in rij zeven moet dus in de tweede kolom staan.
- c) In rij negen moet ergens een 3 staan.
In het eerste en laatste blok staat al een 3.
Mogelijke kolommen zijn de vierde, vijfde en zesde kolom.
In de vierde en vijfde kolom staat al een 3.
De 3 in rij negen moet dus in de zesde kolom staan.

Opdracht 9.2

De oplossing van de Sudoku puzzel luidt :

3	6	2	5	8	1	9	4	7
9	4	7	3	2	6	8	1	5
1	5	8	4	9	7	3	6	2
6	1	9	7	3	2	5	8	4
8	2	4	1	5	9	7	3	6
7	3	5	6	4	8	1	2	9
2	9	1	8	7	4	6	5	3
4	8	3	9	6	5	2	7	1
5	7	6	2	1	3	4	9	8

Opdracht 9.3

- In rij acht moeten de 8 en 9 in de zevende en achtste kolom komen.
In de achtste kolom staat al een 9.
De 9 moet dus in de zevende kolom staan.
De 8 moet dus in de achtste kolom staan.

Opdracht 9.4

5	1	9	2	6	4	8	7	3
3	6	8	9	5	7	2	1	4
2	7	4	3	1	8	9	5	6
8	2	1	5	9	6	4	3	7
4	5	6	8	7	3	1	2	9
7	9	3	4	2	1	6	8	5
1	3	7	6	8	9	5	4	2
6	4	2	1	3	5	7	9	8
9	8	5	7	4	2	3	6	1

Opdracht 9.5

6	8	5	7	1	9	3	2	4
9	1	2	4	3	8	7	6	5
3	4	7	2	5	6	9	8	1
7	9	3	8	4	5	2	1	6
2	5	4	6	9	1	8	3	7
1	6	8	3	2	7	5	4	9
5	3	1	9	8	4	6	7	2
8	7	9	1	6	2	4	5	3
4	2	6	5	7	3	1	9	8

Opdracht 9.6

6	3	7	4	9	1	5	2	8
2	5	1	3	7	8	4	9	6
8	9	4	2	5	6	7	3	1
7	4	5	6	1	2	3	8	9
9	2	8	7	4	3	1	6	5
1	6	3	9	8	5	2	4	7
4	8	9	1	3	7	6	5	2
3	7	2	5	6	9	8	1	4
5	1	6	8	2	4	9	7	3